

## 2.2 ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ – ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ

### ΘΕΩΡΙΑ

**1.**

#### Κατακόρυφη – πάνω μετατόπιση

Αν  $f(x) = \varphi(x) + c$ , όπου  $c > 0$ , τότε η  $C_f$  προκύπτει από την κατακόρυφη – πάνω μετατόπιση της  $C_\varphi$  κατά  $c$  μονάδες.

**2.**

#### Κατακόρυφη – κάτω μετατόπιση

Αν  $f(x) = \varphi(x) - c$ , όπου  $c > 0$ , τότε η  $C_f$  προκύπτει από την κατακόρυφη – κάτω μετατόπιση της  $C_\varphi$  κατά  $c$  μονάδες.

**3.**

#### Οριζόντια – δεξιά μετατόπιση

Αν  $f(x) = \varphi(x - c)$ , όπου  $c > 0$ , τότε η  $C_f$  προκύπτει από την οριζόντια – δεξιά μετατόπιση της  $C_\varphi$  κατά  $c$  μονάδες.

**4.**

#### Οριζόντια – αριστερά μετατόπιση

Αν  $f(x) = \varphi(x + c)$ , όπου  $c > 0$ , τότε η  $C_f$  προκύπτει από την οριζόντια – αριστερά μετατόπιση της  $C_\varphi$  κατά  $c$  μονάδες.

### ΣΧΟΛΙΟ

#### Οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση

Αν  $f(x) = \varphi(x - c_1) + c_2$ , όπου  $c_1$  και  $c_2 > 0$ , τότε η  $C_f$  προκύπτει από τη μετατόπιση της  $C_\varphi$  κατά  $c_1$  μονάδες δεξιά και κατά  $c_2$  μονάδες πάνω.

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

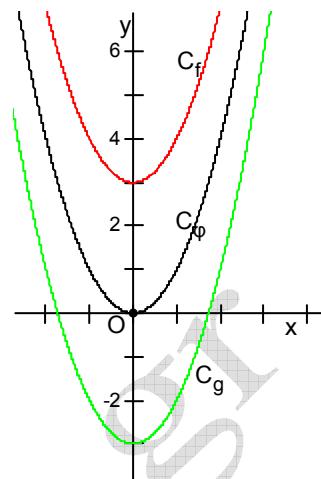
### 1.

Στο διπλανό σύστημα αξόνων δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $\varphi(x) = x^2$ .

Να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x^2 + 3$  και  $g(x) = x^2 - 3$ .

#### Προτεινόμενη λύση

- Για τη  $C_f$   
Είναι  $f(x) = \varphi(x) + 3$   
Μεταφέρουμε τη  $C_\varphi$  κατακόρυφα – πάνω κατά 3 μονάδες
- Για τη  $C_g$   
Είναι  $f(x) = \varphi(x) - 3$   
Μεταφέρουμε τη  $C_\varphi$  κατακόρυφα – κάτω κατά 3 μονάδες



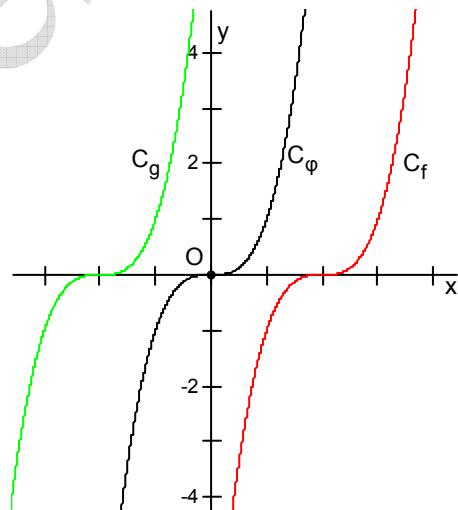
### 2.

Στο διπλανό σύστημα αξόνων δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $\varphi(x) = x^3$ .

Να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = (x - 2)^3$  και  $g(x) = (x + 2)^3$

#### Προτεινόμενη λύση

- Για τη  $C_f$   
Στη  $\varphi(x) = x^3$ , όπου  $x$  θέτουμε  $x - 2$ , οπότε  $\varphi(x - 2) = (x - 2)^3$ .  
Άρα  $f(x) = \varphi(x - 2)$   
Μεταφέρουμε τη  $C_\varphi$  οριζόντια – δεξιά κατά 2 μονάδες
- Για τη  $C_g$   
Στη  $\varphi(x) = x^3$ , όπου  $x$  θέτουμε  $x + 2$ , οπότε  $\varphi(x + 2) = (x + 2)^3$ .  
Άρα  $g(x) = \varphi(x + 2)$   
Μεταφέρουμε τη  $C_\varphi$  οριζόντια - αριστερά κατά 2 μονάδες

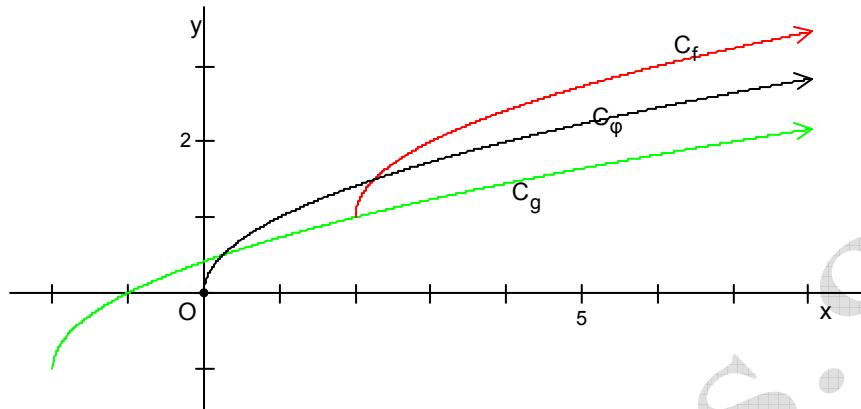


### 3.

Στο παρακάτω σύστημα αξόνων δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $\varphi(x) = \sqrt{x}$ . Να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = \sqrt{x-2} + 1 \quad \text{και} \quad g(x) = \sqrt{x+2} - 1$$

#### Προτεινόμενη λύση



- Για τη  $C_f$

Στη  $\varphi(x) = \sqrt{x}$ , όπου  $x$  θέτουμε  $x-2$ , οπότε  $\varphi(x-2) = \sqrt{x-2}$   
 Άρα  $f(x) = \varphi(x-2) + 1$

Μεταφέρουμε τη  $C_\varphi$  δεξιά κατά 2 μονάδες και πάνω κατά 1 μονάδα.

- Για τη  $C_g$

Στη  $\varphi(x) = \sqrt{x}$ , όπου  $x$  θέτουμε  $x+2$ , οπότε  $\varphi(x+2) = \sqrt{x+2}$   
 Άρα  $g(x) = \varphi(x+2) - 1$

Μεταφέρουμε τη  $C_\varphi$  αριστερά κατά 2 μονάδες και κάτω κατά 1 μονάδα.