1.3 ΘΕΩΡΗΜΑ ΘΑΛΗ

ΘΕΩΡΙΑ

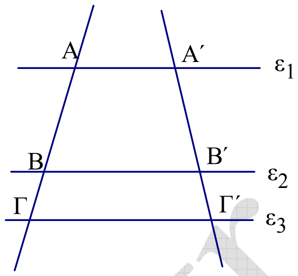
1.

Θεώρημα Θαλή

Αν τρείς ή περισσότερες παράλληλες τέμνουν δύο άλλες ευθείες, τότε τα τμήματα που ορίζονται στη μία είναι ανάλογα των αντιστοίχων τμημάτων που ορίζονται στην άλλη.

Δηλαδή στο διπλανό σχήμα ,

αν $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$ τότε $\dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{B\Gamma}{B'\Gamma'} = \dfrac{A\Gamma}{A'\Gamma'}$

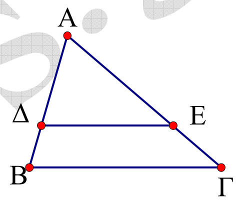


2.

Το θεώρημα Θαλή στο τρίγωνο

Αν είναι ΔΕ // ΒΓ τότε $\dfrac{A\Delta}{\Delta B} = \dfrac{AE}{E\Gamma}$

Και αντίστροφα : Αν $\dfrac{A\Delta}{\Delta B} = \dfrac{AE}{E\Gamma}$ τότε ΔΕ // ΒΓ



ΣΧΟΛΙΑ

1.

Συμπεράσματα : Αν τρείς τουλάχιστον παράλληλες ευθείες τέμνουν δύο άλλες τότε : Ο λόγος δύο οποιονδήποτε τμημάτων που ορίζονται πάνω στην μία είναι ίσος με το λόγο των αντιστοίχων τμημάτων που ορίζονται στην άλλη

Το ίδιο ισχύει και στο τρίγωνο ΑΒΓ δηλαδή

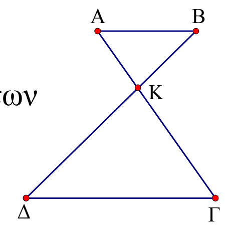
Αν ΔΕ // ΒΓ τότε ο λόγος δύο οποιονδήποτε τμημάτων της ΑΒ είναι ίσος με τον λόγο των αντιστοίχων τμημάτων της ΑΓ

πχ $\dfrac{A\Delta}{AB} = \dfrac{AE}{A\Gamma}$ ή $\dfrac{\Delta B}{AB} = \dfrac{E\Gamma}{A\Gamma}$

2.

Ένα παράξενο σχήμα : Στο διπλανό σχήμα αν είναι ΑΒ // ΔΓ τότε ο λόγος δύο οποιονδήποτε τμημάτων της ΑΓ είναι ίσος με τον λόγο των αντιστοίχων τμημάτων της ΔΒ

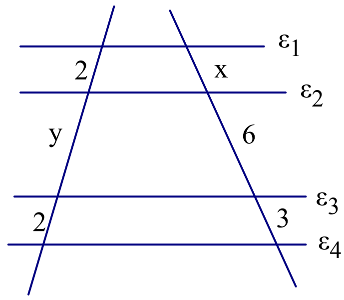
πχ $\dfrac{A\Gamma}{K\Gamma} = \dfrac{B\Delta}{K\Delta}$ κλπ



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \,//\, \varepsilon_2 \,//\, \varepsilon_3 \,//\varepsilon_4$
Να υπολογίσετε τα x και y



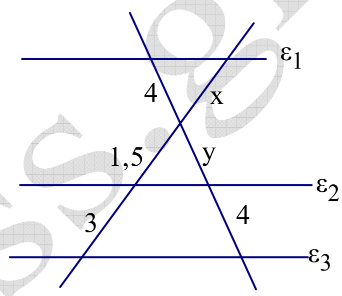
Προτεινόμενη λύση Σχόλιο 1

$\frac{2}{y} = \frac{3}{6}$ άρα $12 = 3y$ οπότε $y = 4$

$\frac{2}{y} = \frac{x}{6}$ άρα $\frac{2}{4} = \frac{x}{6}$ άρα $4x = 12$ οπότε $x = 3$

2.

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \,//\, \varepsilon_2 \,//\, \varepsilon_3$
να υπολογίσετε τα x και y



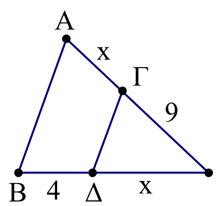
Προτεινόμενη λύση Σχόλιο 2

$\frac{1,5}{3} = \frac{y}{4}$ άρα $6 = 3y$ οπότε $y = 2$

$\frac{1,5}{x} = \frac{y}{4}$ άρα $\frac{1,5}{x} = \frac{2}{4}$ άρα $6 = 2x$ οπότε $x = 3$

3.

Στο διπλανό σχήμα είναι ΑΒ// ΓΔ. Να υπολογίσετε το x



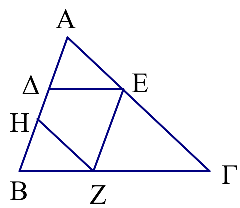
Προτεινόμενη λύση

$\frac{x}{4} = \frac{9}{x}$ άρα $x^2 = 36$ οπότε $x = 6$

4.

Στο διπλανό σχήμα είναι ΔΕ // ΒΓ , ΕΖ// ΑΒ και ΗΖ // ΓΔ

Να αποδείξετε ότι $\frac{ΔΑ}{ΔΒ} = \frac{ΗΒ}{ΗΑ}$



Προτεινόμενη λύση

ΔΕ // ΒΓ άρα $\frac{ΔΑ}{ΔΒ} = \frac{ΑΕ}{ΕΓ}$ **(1)**

ΕΖ // ΑΒ άρα $\frac{ΑΕ}{ΕΓ} = \frac{ΒΖ}{ΖΓ}$ **(2)**

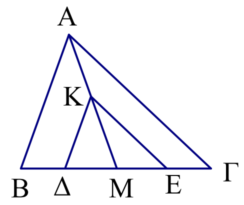
ΗΖ // ΑΓ άρα $\frac{ΒΖ}{ΖΓ} = \frac{ΒΗ}{ΗΑ}$ **(3)**

Από (1) , (2) , (3) έχουμε ότι $\frac{ΔΑ}{ΔΒ} = \frac{ΗΒ}{ΗΑ}$

5.

Από τυχαίο σημείο Κ της διαμέσου ΑΜ τριγώνου ΑΒΓ φέρνουμε παράλληλες στις ΑΒ και ΑΓ, που τέμνουν την ΒΓ στα Δ και Ε. Να αποδείξετε ότι ΜΔ = ΜΕ

Προτεινόμενη λύση



Στο τρίγωνο ΜΑΒ, ΚΔ // ΑΒ άρα $\frac{\text{ΜΔ}}{\text{ΜΒ}} = \frac{\text{ΜΚ}}{\text{ΜΑ}}$ **(1)**

Στο τρίγωνο ΜΑΓ, ΚΕ // ΑΓ άρα $\frac{\text{ΜΕ}}{\text{ΜΓ}} = \frac{\text{ΜΚ}}{\text{ΜΑ}}$ **(2)**

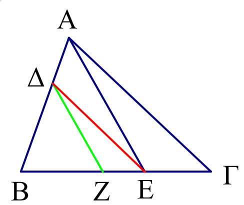
Από τις (1) και (2) έχουμε ότι $\frac{\text{ΜΔ}}{\text{ΜΒ}} = \frac{\text{ΜΕ}}{\text{ΜΓ}}$

και επειδή ΜΒ = ΜΓ, θα είναι ΜΔ = ΜΕ

6.

Σε τρίγωνο ΑΒΓ από τυχαίο σημείο Δ της ΑΒ φέρνουμε παράλληλη προς την ΑΓ, η οποία τέμνει την ΒΓ στο Ε και παράλληλη στην ΑΕ η οποία τέμνει την ΒΓ στο Ζ. Δείξτε ότι $\frac{\text{ΒΖ}}{\text{ΒΕ}} = \frac{\text{ΒΕ}}{\text{ΒΓ}}$

Προτεινόμενη λύση



Στο τρίγωνο ΑΒΓ είναι ΔΕ // ΑΓ άρα $\frac{\text{ΒΔ}}{\text{ΑΒ}} = \frac{\text{ΒΕ}}{\text{ΒΓ}}$ **(1)**

Στο τρίγωνο ΑΒΕ είναι ΔΖ // ΑΕ άρα $\frac{\text{ΒΔ}}{\text{ΑΒ}} = \frac{\text{ΒΖ}}{\text{ΒΕ}}$ **(2)**

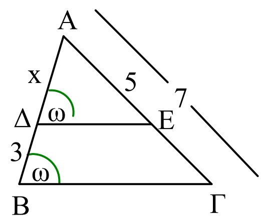
Από τις (1) και (2) έχουμε ότι $\frac{\text{ΒΖ}}{\text{ΒΕ}} = \frac{\text{ΒΕ}}{\text{ΒΓ}}$

7.

Στο διπλανό σχήμα

α) Να εξηγήσετε γιατί ΔΕ // ΒΓ

β) Να βρείτε το x



Προτεινόμενη λύση

α)

Αφού $\text{Α}\hat{\text{Δ}}\text{Ε} = \omega = \text{Α}\hat{\text{Β}}\text{Γ}$ είναι ΔΕ // ΒΓ

β)

$\frac{\text{ΑΔ}}{\text{ΑΒ}} = \frac{\text{ΑΕ}}{\text{ΑΓ}}$ άρα $\frac{x}{x+3} = \frac{5}{7}$

$7x = 5x + 15$

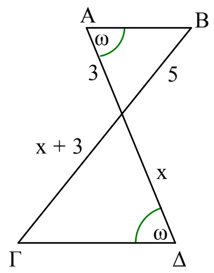
$x = 7{,}5$

8.

Στο διπλανό σχήμα

α) Να εξηγήσετε γιατί ΑΒ // ΓΔ

β) Να βρείτε το x



Προτεινόμενη λύση

α)

Αφού $B\widehat{A}\Delta = \omega = \Gamma\widehat{\Delta}A$ είναι ΑΒ // ΓΔ

β)

$$\frac{x+3}{5} = \frac{x}{3} \quad \text{άρα} \quad 3x + 9 = 5x$$

$$2x = 9$$

$$x = 4{,}5$$